**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

Кафедра информатики и вычислительной математики

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Численные методы решения дифференциальных и
интегральных уравнений**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование

(с двумя профилями подготовки)

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Математика; Информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная/очно-заочная/заочная

1. Компетенции по дисциплине «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений»

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p>ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)</p> <p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО</p> <p>ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные</p>
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	<p>ПК-3.1. Знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)</p> <p>ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности</p> <p>ПК-3.3. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)</p>

2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений»

Номер задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция

Задания закрытого типа с одним правильным ответом			
1.		<p>Какой тип уравнения представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода?</p> <p>a) $u(x) = f(x) + \int_a^b K(x, y)u(y)dy$</p> <p>b) $u(x) = \int_a^b K(x, y)u(y)dy$</p> <p>c) $u(x) = f(x) + K(x)u(x)$</p> <p>d) $u(x) = \int_a^b f(y)K(x, y)u(y)dy$</p>	ПК-1,ПК-3
2.		<p>Какой метод используется для численного интегрирования?</p> <p>a) Метод Эйлера</p> <p>b) Метод трапеций</p> <p>c) Метод Ньютона</p> <p>d) Метод Гаусса</p>	ПК-1,ПК-3
3.		<p>Какой метод используется для численного решения дифференциальных уравнений в частных производных?</p> <p>a) Метод конечных разностей</p> <p>b) Метод трапеций</p> <p>c) Метод Рунге-Кутты</p> <p>d) Метод Гаусса</p>	ПК-1,ПК-3
4.		<p>Какой метод используется для решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных?</p> <p>a) Метод конечных разностей</p> <p>b) Метод конечных элементов</p> <p>c) Метод Эйлера</p> <p>d) Метод Гаусса</p>	ПК-1,ПК-3
5.		<p>Какой метод используется для численного решения интегральных уравнений?</p> <p>a) Метод Эйлера</p> <p>b) Метод трапеций</p> <p>c) Метод Гаусса</p> <p>d) Метод итераций</p>	ПК-1,ПК-3
6.		<p>Какой из следующих методов можно использовать для решения интегральных уравнений Вольтерра 2-го рода?</p> <p>a) Метод конечных элементов</p> <p>b) Метод последовательных приближений</p>	ПК-1,ПК-3

		c) Метод Лапласа d) Метод разностных уравнений	
Задания закрытого типа с несколькими правильными ответами			
7.		Что такое функция Грина в контексте задачи Штурма–Лиувилля? (Выберите все подходящие варианты) a) Решение однородного уравнения б) Функция, которая используется для построения решения не однородного уравнения с) Функция, зависящая от краевых условий d) Константа интегрирования	ПК-1,ПК-3
8.		Какие методы обычно используются для решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений? а) Метод Эйлера б) Метод Рунге-Кутты с) Метод конечных разностей d) Метод Гаусса	ПК-1,ПК-3
9.		Какое из следующих утверждений верно относительно метода последовательных приближений? а) Метод всегда сходится для любых ядер б) Метод может не сходиться для некоторых ядер с) Метод требует наличия единственного решения d) Метод работает только для линейных интегральных уравнений	ПК-1,ПК-3
10.		Какие из следующих утверждений верны для метода конечных элементов? а) Он используется для решения краевых задач б) Он применяется только для одномерных задач с) Он позволяет аппроксимировать сложные геометрические формы d) Он может использоваться для обыкновенных и частных дифференциальных уравнений	ПК-1,ПК-3
11.		Какие методы можно использовать для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений?	ПК-1,ПК-3

		a) Метод Эйлера b) Метод Рунге-Кутты c) Метод конечных разностей d) Метод Гаусса											
12.		Для каких типов задач применяется метод конечных разностей? a) Обыкновенные дифференциальные уравнения b) Дифференциальные уравнения в частных производных c) Интегральные уравнения d) Системы линейных уравнений	ПК-1,ПК-3										
Задания закрытого типа. Задачи на соответствие													
13.		Сопоставьте термины с их определениями: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Термин</th> <th style="width: 50%;">Определения</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. Задача Штурма-Лиувилля</td> <td>a. Функции, соответствующие собственным значениям</td> </tr> <tr> <td>2. Собственные значения</td> <td>b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение</td> </tr> <tr> <td>3. Собственные функции</td> <td>c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями</td> </tr> <tr> <td>4. Граничные условия</td> <td>d. Условия, задаваемые на границах области определения</td> </tr> </tbody> </table>	Термин	Определения	1. Задача Штурма-Лиувилля	a. Функции, соответствующие собственным значениям	2. Собственные значения	b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение	3. Собственные функции	c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями	4. Граничные условия	d. Условия, задаваемые на границах области определения	ПК-1,ПК-3
Термин	Определения												
1. Задача Штурма-Лиувилля	a. Функции, соответствующие собственным значениям												
2. Собственные значения	b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение												
3. Собственные функции	c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями												
4. Граничные условия	d. Условия, задаваемые на границах области определения												
14.		Сопоставьте термины с их определениями: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Термин</th> <th style="width: 50%;">Определения</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. Линейное интегральное уравнение</td> <td>a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны</td> </tr> <tr> <td>2. Нелинейное интегральное уравнение</td> <td>b. Уравнение, содержащее произведения функций</td> </tr> <tr> <td>3. Применение метода итераций</td> <td>c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма</td> </tr> <tr> <td>4. Ядро Грина</td> <td>d. Для нахождения решений уравнений</td> </tr> </tbody> </table>	Термин	Определения	1. Линейное интегральное уравнение	a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны	2. Нелинейное интегральное уравнение	b. Уравнение, содержащее произведения функций	3. Применение метода итераций	c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма	4. Ядро Грина	d. Для нахождения решений уравнений	ПК-1,ПК-3
Термин	Определения												
1. Линейное интегральное уравнение	a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны												
2. Нелинейное интегральное уравнение	b. Уравнение, содержащее произведения функций												
3. Применение метода итераций	c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма												
4. Ядро Грина	d. Для нахождения решений уравнений												

15.		<p>Установите соответствие между методом и его характеристиками.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="496 237 887 300">Метод</th> <th data-bbox="887 237 1246 300">Характеристика</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="496 300 887 362">a) Метод Эйлера</td> <td data-bbox="887 300 1246 362">1) Явный метод</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 362 887 425">b) Метод Рунге-Кутты</td> <td data-bbox="887 362 1246 425">2) Высокая точность</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 425 887 524">c) Метод Кранка-Николсона</td> <td data-bbox="887 425 1246 524">3) Неявный метод</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 524 887 622">d) Метод трапеций</td> <td data-bbox="887 524 1246 622">4) Простота реализации</td> </tr> </tbody> </table>	Метод	Характеристика	a) Метод Эйлера	1) Явный метод	b) Метод Рунге-Кутты	2) Высокая точность	c) Метод Кранка-Николсона	3) Неявный метод	d) Метод трапеций	4) Простота реализации	ПК-1,ПК-3
Метод	Характеристика												
a) Метод Эйлера	1) Явный метод												
b) Метод Рунге-Кутты	2) Высокая точность												
c) Метод Кранка-Николсона	3) Неявный метод												
d) Метод трапеций	4) Простота реализации												
16.		<p>Установите соответствие между методом и его применением для интегральных уравнений.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="496 786 799 848">Метод</th> <th data-bbox="799 786 1246 848">Применение</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="496 848 799 947">a) Метод итераций</td> <td data-bbox="799 848 1246 947">1) Решение интегральных уравнений</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 947 799 1081">b) Метод конечных элементов</td> <td data-bbox="799 947 1246 1081">2) Решение дифференциальных уравнений</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 1081 799 1180">c) Метод трапеций</td> <td data-bbox="799 1081 1246 1180">3) Численное интегрирование</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 1180 799 1279">d) Метод Рунге-Кутты</td> <td data-bbox="799 1180 1246 1279">4) Решение систем уравнений</td> </tr> </tbody> </table>	Метод	Применение	a) Метод итераций	1) Решение интегральных уравнений	b) Метод конечных элементов	2) Решение дифференциальных уравнений	c) Метод трапеций	3) Численное интегрирование	d) Метод Рунге-Кутты	4) Решение систем уравнений	ПК-1,ПК-3
Метод	Применение												
a) Метод итераций	1) Решение интегральных уравнений												
b) Метод конечных элементов	2) Решение дифференциальных уравнений												
c) Метод трапеций	3) Численное интегрирование												
d) Метод Рунге-Кутты	4) Решение систем уравнений												
17.		<p>Сопоставьте термины с их определениями:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="496 1357 852 1420">Термин</th> <th data-bbox="852 1357 1246 1420">Определения</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="496 1420 852 1554">1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром</td> <td data-bbox="852 1420 1246 1554">a. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 1554 852 1688">2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром</td> <td data-bbox="852 1554 1246 1688">b. Уравнение с зависимостью от разности переменных</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 1688 852 1868">3. Ядро в интегральном уравнении</td> <td data-bbox="852 1688 1246 1868">c. Функция, которая определяет взаимодействие переменных</td> </tr> <tr> <td data-bbox="496 1868 852 1995">4. Существование решений</td> <td data-bbox="852 1868 1246 1995">d. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение</td> </tr> </tbody> </table>	Термин	Определения	1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром	a. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной	2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром	b. Уравнение с зависимостью от разности переменных	3. Ядро в интегральном уравнении	c. Функция, которая определяет взаимодействие переменных	4. Существование решений	d. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение	ПК-1,ПК-3
Термин	Определения												
1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром	a. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной												
2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром	b. Уравнение с зависимостью от разности переменных												
3. Ядро в интегральном уравнении	c. Функция, которая определяет взаимодействие переменных												
4. Существование решений	d. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение												

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности			
18.		<p>Установите правильную последовательность шагов при использовании функции Грина для решения задачи:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определение краевых условий 2. Построение функции Грина 3. Интеграция с не однородным членом 4. Нахождение полного решения 	ПК-1,ПК-3
19.		<p>Процесс решения задачи Коши методом Рунге-Кутты</p> <p>Установите правильную последовательность шагов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Установить начальные условия 2. Вычислить промежуточные значения 3. Обновить значение переменной 4. Повторять шаги до достижения конечного значения 	ПК-1,ПК-3
20.		<p>Процесс решения краевой задачи методом конечных разностей</p> <p>Установите правильную последовательность шагов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Разбить область на сетку 2. Записать дифференциальное уравнение 3. Записать разностные аппроксимации 4. Решить полученную систему уравнений 	ПК-1,ПК-3
21.		<p>Установите правильную последовательность шагов для построения резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определите ядро интегрального уравнения 2. Примените итерационную схему 3. Найдите неоднородный член <p>Получите выражение резольвенты</p>	ПК-1,ПК-3
22.		<p>Установите правильную последовательность характеристик функций, используемых в интегральных уравнениях:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Непрерывность 2. Ограниченность 3. Дифференцируемость 4. Интегрируемость 	ПК-1,ПК-3

Задания открытого типа на дополнение			
23.		Запишите метод, о котором идёт речь Итерационный процесс, в котором каждое новое приближение зависит от предыдущего, и оно вычисляется с использованием заданного интегрального уравнения до достижения заданной точности.	ПК-1,ПК-3
24.		Запишите задачу, о которой идёт речь Классическая задача в математическом анализе, состоящая в нахождении собственных значений и собственных функций линейного дифференциального оператора	ПК-1,ПК-3
25.		Интегральные уравнения применяются в математической физике для: Моделирования _____. Решения задач о _____. Определения _____. Оптимизации _____.	ПК-1,ПК-3
26.		Запишите метод, о котором идёт речь Численный метод, применяемый для решения дифференциальных уравнений, который разбивает область на конечные элементы	ПК-1,ПК-3
27.		Запишите метод, о котором идёт речь Метод для решения дифференциальных уравнений в частных производных, который использует аппроксимацию решения в виде линейной комбинации базисных функций	ПК-1,ПК-3
Задания открытого типа с развернутым ответом			
28.		Опишите последовательность шагов для построения резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода.	ПК-1,ПК-3
29.		Объясните, как можно использовать функцию Грина для решения системы дифференциальных уравнений.	ПК-1,ПК-3
30.		Один из методов решения интегральных уравнений с вырожденным ядром — это:	ПК-1,ПК-3

31.		Интегральные уравнения могут быть преобразованы в:	ПК-1,ПК-3
32.		Опишите процесс применения метода конечных разностей для решения уравнения в частных производных	ПК-1,ПК-3